

河北地质大学 2027 年硕士研究生考试初试

602 数学分析考试大纲与参考书目

考试性质

《数学分析》是数学专业本科阶段最为核心的基础课程之一，是数学专业研究生入学考试的必考课程。本考试大纲是河北地质大学数学专业硕士研究生入学考试《数学分析》科目命题和备考的主要依据。考试内容覆盖极限与连续、一元与多元函数微分学、积分学、级数理论及含参变量积分等知识。考试旨在考查考生对数学分析基本理论、基本方法和基本技能的掌握程度，以及综合运用所学知识分析、解决问题的能力。

考试方式和考试时间

答卷时间：180 分钟

考试内容和考试要求

（一）实数集与函数

考试内容：

实数，数集，确界原理，函数概念，具有某些特性的函数

考试要求：

1. 掌握实数绝对值的概念与基本性质、确界的定义及确界原理，能应用确界原理证明命题；
2. 理解并掌握函数的定义及性质和函数的表示方法，理解初等函数和非初等函数的定义；
3. 会分析函数的有界性、奇偶性、单调性和周期性等特性，能建立实际问题的函数模型。

（二）数列极限

考试内容：

数列极限概念，收敛数列的性质，数列极限存在的条件

考试要求：

1. 正确理解和掌握数列极限的定义和基本性质，熟练运用数列极限的定义证明数列极限，理解数列极限不存在的意义；
2. 能熟练运用数列极限的性质讨论极限问题；
3. 会运用单调有界定理与柯西收敛准则判定数列收敛性。

（三）函数极限

考试内容：

函数极限概念，函数极限的性质，函数极限存在的条件，两个重要极限，无穷小量与无穷大量

考试要求：

1. 掌握函数极限的分析性定义，会用分析性定义证明函数极限；
2. 掌握函数极限的性质，会用这些性质计算函数的极限；
3. 掌握函数极限的归结原则，理解函数极限的柯西准则；
4. 掌握重要极限的证明方法，能熟练应用两个重要极限计算函数极限与数列极限；

5. 掌握无穷小量与无穷大量及阶的定义，会使用等价无穷小量替换法简化计算。

(四) 函数的连续性

考试内容：

函数连续性概念，连续函数的性质，初等函数的连续性

考试要求：

1. 掌握函数连续的定义，能够熟练判断间断点的类型；
2. 掌握连续函数的性质，能熟练运用闭区间上连续函数的性质解决问题；
3. 掌握初等函数的连续性。

(五) 导数和微分

考试内容：

导数的概念，求导法则，参变量函数的导数，高阶导数，微分

考试要求：

1. 掌握函数可导的各种定义、可导与连续的关系及导数的几何意义；
2. 能推导基本初等函数的导数公式，熟练求出各种函数的导数；
3. 掌握微分的定义及几何意义，会计算一阶微分及高阶微分，并能用于近似计算。

(六) 微分中值定理及其应用

考试内容：

拉格朗日定理和函数的单调性，柯西中值定理和不定式极限，泰勒公式，函数的极值与最值，函数的凸性与拐点，函数图像的讨论

考试要求：

1. 掌握微分中值定理的内容及证明，能够判断函数的单调性、凹凸性，会求函数的极值和拐点；
2. 熟练掌握洛必达法则，并能应用这一法则求解各种极限问题；
3. 掌握泰勒公式及其各种余项的形式，并能用于近似计算；
4. 能够利用所学知识做出函数图像。

(七) 实数的完备性

考试内容：

区间套定理，聚点定理，有限覆盖定理，上极限、下极限

考试要求：

1. 掌握区间套、聚点、开覆盖的概念，掌握区间套定理、聚点定理、有限覆盖定理，聚点定理的证明过程，会用这些定理证明其它问题；领会实数完备性基本定理之间的等价性证明；
2. 理解上极限、下极限的含义及其性质，能进行相关计算。

(八) 不定积分

考试内容：

不定积分概念与基本积分公式，换元积分法与分部积分法，有理函数和可化为有理函数的不定积分。

考试要求：

1. 理解和掌握原函数与不定积分的概念、不定积分的线性性质，背过基本积分表的前13个公式，会用基本积分表做题；
2. 掌握第一类换元法，第二类换元法，分部积分公式，达到灵活应用的程度；
3. 理解和掌握有理函数的裂项原则，掌握可化为有理函数不定积分的几种特殊形式的积分方法。

（九）定积分

考试内容：

定积分概念，牛顿-莱布尼茨公式，可积条件，定积分的性质，微积分学基本定理-定积分计算

考试要求：

1. 理解定积分的概念；
2. 理解并掌握牛顿-莱布尼茨公式；
3. 理解定积分存在的必要条件、可积的充分条件，掌握可积的充要条件，可以运用充要条件证明函数可积，了解可积函数类；
4. 理解并掌握定积分的性质，掌握积分第一中值定理，了解推广的积分第一中值定理；
5. 理解并掌握变限积分的导数，掌握原函数存在定理。掌握定积分的换元法和分部积分公式。

（十）定积分的应用

考试内容：

平面图形的面积，由平行截面面积求体积，平面曲线的弧长与曲率，旋转曲面的面积、定积分在物理中的某些应用

考试要求：

1. 掌握定积分的几何应用与一些物理应用，能体会“微元法”应用中的基本程序与技巧；
2. 掌握直角坐标系下各计算公式及与极坐标系下、参数方程形式下的转化。

（十一）反常积分

考试内容：

反常积分的概念，无穷积分的性质与敛散判别，瑕积分的性质与敛散判别

考试要求：

1. 掌握无穷积分的定义及计算，瑕积分的定义及计算；
2. 了解无穷积分的性质，掌握非负函数无穷积分的敛散判别法，一般无穷积分的敛散判别法；
3. 了解瑕积分的性质，掌握非负瑕积分的敛散判别法，一般瑕积分的敛散判别法。

（十二）数项级数

考试内容：

级数的敛散性，正项级数，一般项级数

考试要求：

1. 掌握数项级数收敛的概念，理解收敛级数的性质；
2. 掌握正项级数敛散性的一般判别原则，熟练掌握比较判别法、比式判别法和根式判别法、积分判别法；
3. 了解交错级数的概念，理解绝对收敛及其性质，掌握莱布尼茨判别法、阿贝尔判别法和狄利克雷判别法。

（十三）函数列与函数项级数

考试内容：

一致收敛性，一致收敛函数列与函数项级数的性质

考试要求：

1. 掌握函数列一致收敛及其判别法；掌握函数项级数一致收敛性判别法；
2. 掌握一致收敛函数列性质、一致收敛函数项级数的性质。

（十四）幂级数

考试内容：

幂级数, 函数的幂级数展开

考试要求:

1. 掌握幂级数的概念, 会求幂级数的收敛域及和函数, 理解幂级数的性质;
2. 理解泰勒级数, 掌握初等函数的幂级数展开式。

(十五) 傅里叶级数

考试内容:

傅里叶级数, 以 $2l$ 为周期的函数的展开式, 收敛定理的证明

考试要求:

1. 掌握以 2π 为周期的函数的傅里叶级数展开;
2. 掌握以 $2l$ 为周期的函数的傅里叶级数展开。

(十六) 多元函数的极限与连续

考试内容:

平面点集与多元函数, 二元函数的极限, 二元函数的连续性

考试要求:

1. 理解平面点集的含义及其性质, 认识一些特殊的平面点集, 掌握二元函数及多元函数的定义;
2. 掌握二元函数的极限和累次极限, 以及两种极限的关系, 并能进行一些相关极限计算;
3. 了解二元函数连续的定义, 掌握二元连续函数性质并能应用性质解决一些函数问题。

(十七) 多元函数微分学

考试内容:

可微性, 复合函数微分法, 方向导数与梯度, 泰勒公式与极值问题

考试要求:

1. 理解和掌握二元函数的可微性, 会证明二元函数在一点处是否可微, 若可微会写此处的全微分;
2. 掌握多元函数偏导数及高阶偏导数的计算, 会用多元函数的偏导求出曲面在一点处的切平面及法线方程;
3. 理解复合函数的求导法则, 掌握复合函数求偏导及高阶偏导的方法, 并能通过多元函数一阶微分形式不变性写出复合函数的全微分;
4. 掌握多元函数的方向导数和梯度的求法;
5. 理解和掌握多元函数的中值定理和泰勒公式, 并能写出中值公式和泰勒公式, 掌握求多元函数的极值的方法, 通过黑塞矩阵确定极值, 掌握求最值的方法。

(十八) 隐函数定理及应用

考试内容:

隐函数, 隐函数组, 几何应用, 条件极值

考试要求:

1. 理解隐函数可微性定理, 并掌握隐函数求偏导的公式和方法;
2. 理解隐函数组可微性定理, 并掌握隐函数组求偏导的公式及方法, 掌握反函数组的偏导的求法;
3. 掌握求平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线的方法;
4. 掌握用拉格朗日函数求条件极值的方法。

(十九) 含参量积分

考试内容:

含参量正常积分, 含参量反常积分, 欧拉积分

考试要求:

1. 掌握含参量正常积分的性质, 会应用性质求含参量正常积分的极限, 导数及积分;
2. 掌握含参量反常积分的一致收敛性定义、M 判别法、狄利克雷判别法、阿贝尔判别法、掌握含参量反常积分的性质、会应用性质求含参量反常积分的积分;
3. 掌握两类欧拉函数的性质及联系。

(二十) 曲线积分

考试内容:

第一型曲线积分, 第二型曲线积分

考试要求:

1. 掌握第一型曲线积分的计算;
2. 掌握第二型曲线积分的计算。

(二十一) 重积分

考试内容:

二重积分的概念, 直角坐标系下二重积分的计算, 格林公式·曲线积分与路径无关性, 二重积分的变量变换, 三重积分, 重积分的应用

考试要求:

1. 掌握二重积分的计算;
2. 掌握格林公式、应用格林公式求曲线积分和平面图形的面积、掌握曲线积分与路径无关性定理, 会求原函数;
3. 掌握二重积分变量变换的方法、可以运用极坐标变换求二重积分;
4. 掌握三重积分化为累次积分的方法、会用换元法求三重积分;
5. 掌握利用重积分求曲面面积、质心、转动惯量的方法。

(二十二) 曲面积分

考试内容:

第一型曲面积分, 第二型曲面积分, 高斯公式与斯托克斯公式

考试要求:

1. 掌握第一型曲面积分的计算;
2. 掌握第二型曲面积分的计算;
3. 掌握高斯公式与斯托克斯公式的应用。

参考书目

1. 华东师范大学数学系. 《数学分析》[M] 第五版. 高等教育出版社, 2019.5.